



Math1009

Année académique 2022-2023

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES
RÉVISIONS EN VUE DE L'INTERROGATION DU 18 AVRIL 2023

RÉPÉTITION 8 : RÉVISIONS

A préparer AVANT de venir à la répétition

1. Soient les matrices A et B données par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i^3 \\ 0 & i & 0 \\ 1/i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^* = \begin{pmatrix} 2i & i & 0 \\ 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si possible, effectuer les opérations suivantes et simplifier la réponse au maximum :

$$1) A + \tilde{B} \quad 2) C = AB \quad 3) C^{-1}$$

2. La matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est-elle diagonalisable ? Pourquoi ?

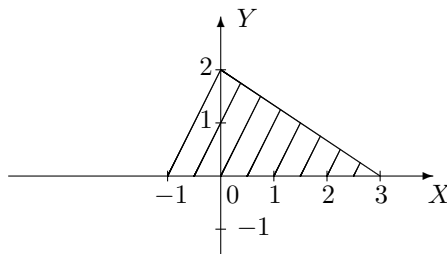
Si oui, en déterminer une forme diagonale Δ ainsi qu'une matrice inversible S qui y conduit.

3. On donne la fonction f par

$$f : (x, y) \mapsto f(x, y) = \arcsin(y^2 + x + 1)$$

- (a) Déterminer le domaine d'infinie dérivabilité de cette fonction et le représenter dans un repère orthonormé.
(b) Calculer la dérivée de f par rapport à sa deuxième variable.
(c) Déterminer l'expression explicite de $F(t) = f(5t^2 - 1, 2t)$, le domaine de dérivabilité de cette fonction et l'expression explicite de sa dérivée en tout point du domaine.
(d) Si F est dérivable en $1/6$, que vaut sa dérivée en ce point ? Simplifier votre réponse au maximum.
4. On donne la fonction f continûment dérivable sur $]1, 2[\times]0, 1[$ et à valeurs strictement positives.
(a) Déterminer le domaine de dérivabilité de $g : x \mapsto \ln(f(\sqrt{x}, \ln(3-x)))$.
(b) Calculer la dérivée de g en fonction de f et de ses dérivées partielles.
(c) Si g est dérivable en $5/2$, que vaut sa dérivée en ce point ?
5. On donne l'ensemble fermé hachuré A suivant. Déterminer

$$\iint_A y e^{y-2x} dx dy.$$



6. La fonction f étant supposée intégrable, permuter l'ordre d'intégration après avoir représenté l'ensemble d'intégration si

$$I = \int_0^2 \left(\int_0^{1/(x+1)} f(x, y) dy \right) dx.$$

7. Soit

$$I = \int_0^1 \left(\int_y^1 e^{x^2} dx \right) dy.$$

- (a) Représenter l'ensemble A d'intégration.
(b) Si c'est possible, calculer l'intégrale I .